

## Uitwerkingen - 3 havo hoofdstuk 9

Deze uitwerkingen zijn extra uitgebreid: niet alleen het antwoord staat erbij, maar ook de aanpak. Bij elke opgave staat hoe je kunt denken tijdens het maken van de toets.

### 1. Gegevens groeperen (8 pt, RTTI: R/T1)

**Gegevens uit het staafdiagram:** ma 8, di 12, wo 15, do 10, vr 5, za 12, zo 9.

a. Het grootste aantal is de hoogste staaf. De hoogste staaf is 15. Antwoord: **15 milkshakes**.

b. Voor het gemiddelde tel je alle waarden op en deel je door het aantal waarden. Er zijn 7 dagen.

Som =  $8 + 12 + 15 + 10 + 5 + 12 + 9 = 71$ .

Gemiddelde =  $71 : 7 = 10,142\dots$  Dus afgerond op 1 decimaal: **10,1 milkshakes per dag**.

c. Voor de mediaan zet je de getallen eerst op volgorde:

5, 8, 9, 10, 12, 12, 15.

Er zijn 7 getallen. Het middelste getal is het 4e getal. De mediaan is dus **10**.

d. De modus is het getal dat het vaakst voorkomt. In de rij komt 12 twee keer voor en alle andere getallen maar een keer. De modus is dus **12**.

**Punten:** a 1 pt; b 1 pt voor optellen, 1 pt voor delen door 7, 1 pt voor afronden; c 1 pt voor ordenen, 1 pt voor mediaan; d 2 pt voor juiste modus.

### 2. Histogram en frequenties (9 pt, RTTI: T1/T2)

**Frequenties uit het histogram:** 150-160: 4, 160-170: 8, 170-180: 12, 180-190: 6, 190-200: 2. In totaal zijn er  $4+8+12+6+2 = 32$  leerlingen.

a. De modale klasse is de klasse met de hoogste frequentie. De hoogste frequentie is 12. Die hoort bij de klasse **170-180 cm**.

b. Bij een histogram met klassen kun je het gemiddelde schatten met klassengemiddelden. Gebruik per klasse het midden:

150-160 heeft midden 155, 160-170 midden 165, 170-180 midden 175, 180-190 midden 185, 190-200 midden 195.

Berekening:

$$155 \times 4 = 620$$

$$165 \times 8 = 1320$$

$$175 \times 12 = 2100$$

$$185 \times 6 = 1110$$

$$195 \times 2 = 390$$

Totale som =  $620 + 1320 + 2100 + 1110 + 390 = 5540$ .

Gemiddelde =  $5540 : 32 = 173,125$ . Afgerond op 1 decimaal: **173,1 cm**.

c. Minstens 160 cm en kleiner dan 180 cm betekent de klassen 160-170 en 170-180. Frequenties:  $8 + 12 = 20$  leerlingen.

Totaal = 32 leerlingen.

Percentage =  $20 : 32 \times 100\% = 62,5\%$ . Antwoord: **62,5%**.

**Punten:** a 2 pt; b 1 pt voor klassengemiddelden, 2 pt voor gewogen som, 1 pt voor delen/afronden; c 1 pt voor juiste klassen, 1 pt voor  $20/32$ , 1 pt voor percentage.

### 3. Kwartielen en spreiding (8 pt, RTTI: R/T1)

De rij staat al op volgorde:

12, 14, 15, 15, 18, 20, 22, 24, 24, 27, 29.

- a. Het minimum is het kleinste getal: **12**. Het maximum is het grootste getal: **29**.
- b. Er zijn 11 getallen. De mediaan is het middelste getal, dus het 6e getal. De mediaan is **20**.

Voor Q1 kijk je naar de onderste helft zonder de mediaan: 12, 14, 15, 15, 18. Het middelste getal daarvan is **15**.

Voor Q3 kijk je naar de bovenste helft zonder de mediaan: 22, 24, 24, 27, 29. Het middelste getal daarvan is **24**.

- c. De kwartielafstand is  $Q3 - Q1$ . Dus  $24 - 15 = 9$ .

**Punten:** a 1 pt minimum, 1 pt maximum; b 1 pt mediaan, 1,5 pt Q1, 1,5 pt Q3; c 2 pt.

### 4. Frequentietabel (9 pt, RTTI: T1/T2)

De waarden zijn 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. De frequenties zijn 3, 5, 7, 9, 8, 4, 2. Het totaal is  $3+5+7+9+8+4+2 = 38$ .

- a. Spreidingsbreedte = grootste waarde - kleinste waarde =  $6 - 0 = 6$ .
- b. Er zijn 38 gegevens. Bij een even aantal neem je het gemiddelde van het 19e en 20e getal.

Gebruik cumulatieve frequenties:

0 komt op plek 1 t/m 3.

1 komt op plek 4 t/m 8.

2 komt op plek 9 t/m 15.

3 komt op plek 16 t/m 24.

Het 19e en 20e getal zijn dus allebei 3. Mediaan =  $(3+3):2 = 3$ .

- c. De modus is de waarde met de hoogste frequentie. De hoogste frequentie is 9 bij de waarde 3. De modus is dus **3 groepen per uur**.

**Punten:** a 2 pt; b 1 pt totaal 38, 1 pt posities 19 en 20, 1 pt cumulatief gebruiken, 1 pt mediaan; c 3 pt.

### 5. Boxplot (8 pt, RTTI: T1/I)

- a. Uit de boxplot lees je ongeveer af:

minimum = 15,  $Q1 = 20$ , mediaan = 30,  $Q3 = 40$ , maximum = 45.

- b. Spreidingsbreedte = maximum - minimum =  $45 - 15 = 30$ .

Kwartielafstand =  $Q3 - Q1 = 40 - 20 = 20$ .

- c. De box loopt van  $Q1$  tot  $Q3$ . Dat is de middelste 50% van alle gegevens. De lijn in de box is de mediaan. De uitstekende lijnen heten snorren of whiskers en lopen naar minimum en maximum.

**Punten:** a 3 pt voor vijfgetallensamenvatting; b 1,5 pt spreidingsbreedte en 1,5 pt kwartielafstand; c 2 pt uitleg.

## 6. Telproblemen (9 pt, RTTI: T1/T2)

Een code heeft de vorm cijfer-cijfer-letter-letter. Voor cijfers zijn er 10 mogelijkheden: 0 t/m 9. Voor letters nemen we 26 mogelijkheden.

a. Herhaling mag. Dan heeft iedere plaats zijn eigen aantal mogelijkheden:  
 $10 \times 10 \times 26 \times 26 = \mathbf{67\ 600\ codes}$ .

b. De code moet beginnen met 5. De eerste plaats staat dus vast: 1 mogelijkheid.  
Daarna blijven over: 10 mogelijkheden voor het tweede cijfer, 26 voor de eerste letter en 26 voor de tweede letter.  
 $1 \times 10 \times 26 \times 26 = \mathbf{6\ 760\ codes}$ .

c. De laatste letter moet een klinker zijn. We gebruiken A, E, I, O en U, dus 5 mogelijkheden voor de laatste plaats.  
 $10 \times 10 \times 26 \times 5 = \mathbf{13\ 000\ codes}$ .

d. De twee cijfers moeten verschillend zijn: 10 mogelijkheden voor het eerste cijfer en daarna nog 9 voor het tweede cijfer.  
De twee letters moeten ook verschillend zijn: 26 mogelijkheden voor de eerste letter en daarna nog 25 voor de tweede letter.  
 $10 \times 9 \times 26 \times 25 = \mathbf{58\ 500\ codes}$ .

**Punten:** a 3 pt; b 2 pt; c 2 pt; d 2 pt. Geef per onderdeel ook punten voor de juiste vermenigvuldiging.

## 7. Kansrekening met dobbelstenen (9 pt, RTTI: T1/I)

Bij twee worpen met een gewone dobbelsteen zijn er  $6 \times 6 = 36$  even waarschijnlijke uitkomsten.

a. Twee gelijke ogen zijn: 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 en 6-6. Dat zijn 6 gunstige uitkomsten.  
Kans =  $6/36 = \mathbf{1/6}$ .

b. Som groter dan 9 betekent som 10, 11 of 12.  
Som 10: 4-6, 5-5, 6-4. Dat zijn 3 uitkomsten.  
Som 11: 5-6, 6-5. Dat zijn 2 uitkomsten.  
Som 12: 6-6. Dat is 1 uitkomst.  
Totaal gunstig =  $3+2+1 = 6$ .  
Kans =  $6/36 = \mathbf{1/6}$ .

c. Minstens een zes betekent: een zes bij de eerste worp, of een zes bij de tweede worp, of allebei. Het is handig om de complementregel te gebruiken.  
Complement van minstens een zes is: geen enkele zes.  
Kans op geen zes bij een worp =  $5/6$ .  
Kans op geen zes bij twee worpen =  $5/6 \times 5/6 = 25/36$ .  
Dus kans op minstens een zes =  $1 - 25/36 = \mathbf{11/36}$ .

d. De complementregel is handig omdat "minstens een zes" uit meerdere mogelijkheden bestaat. "Geen zes" is veel eenvoudiger: beide worpen mogen dan alleen 1, 2, 3, 4 of 5 zijn.

**Punten:** a 2 pt; b 1 pt sommen, 1 pt gunstige uitkomsten, 1 pt kans; c 1 pt complement, 1 pt  $25/36$ , 1 pt  $11/36$ ; d 1 pt uitleg.

### 8. Kansrekening met draaischijven (10 pt, RTTI: T2/I)

De eerste schijf geeft het honderdtal: 1, 2, 3 of 4. Dat zijn 4 mogelijkheden.

De tweede schijf geeft het tiental: 0, 2, 4, 6 of 8. Dat zijn 5 mogelijkheden.

De derde schijf geeft het eenheidscijfer: 1, 3 of 5. Dat zijn 3 mogelijkheden.

a. Totaal aantal mogelijke getallen =  $4 \times 5 \times 3 = 60$ .

b. Een getal is oneven als het laatste cijfer oneven is. De derde schijf heeft alleen 1, 3 en 5. Alle mogelijke getallen zijn dus oneven.

Kans =  $60/60 = 1$ , dus **100%**.

c. Groter dan 420. Kijk naar het honderdtal.

Als het honderdtal 1, 2 of 3 is, is het getal niet groter dan 420.

Bij honderdtal 4 moeten we kijken naar het tiental en eenheidscijfer.

Mogelijkheden met honderdtal 4:

401, 403, 405; 421, 423, 425; 441, 443, 445; 461, 463, 465; 481, 483, 485.

Groter dan 420 zijn alle getallen vanaf 421. Dat zijn de tientalen 2, 4, 6 en 8, elk met 3 eenheidscijfers:  $4 \times 3 = 12$  gunstige uitkomsten.

Kans =  $12/60 = 1/5 = 20\%$ .

d. Kleiner dan 250. Kijk weer naar het honderdtal.

Alle getallen met honderdtal 1 zijn kleiner dan 250:  $5 \times 3 = 15$  mogelijkheden.

Bij honderdtal 2 moet het getal kleiner zijn dan 250. Tiental 0, 2 of 4 kan; tiental 6 en 8 kan niet. Bij 0, 2 en 4 zijn er steeds 3 eenheidscijfers:  $3 \times 3 = 9$  mogelijkheden.

Totaal gunstig =  $15 + 9 = 24$ .

Kans =  $24/60 = 2/5 = 40\%$ .

**Punten:** a 2 pt; b 2 pt; c 1 pt juiste beperking tot honderdtal 4, 1 pt 12 gunstig, 1 pt kans; d 1 pt honderdtal 1, 1 pt honderdtal 2, 1 pt kans.